NOM et Prénom :

Interrogation n° 4

22 septembre 2025

Question 1 :

Énoncer le théorème des suites adjacentes *(ATTENTION : le théorème, pas la définition !)*.

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites adjacentes. Alors (u_n) et (v_n) convergent vers la même limite.

Question 2 :

Énoncer 4 règles des croissances comparées pour les suites.

Soient α et β deux réels strictement positifs et q un réel. Alors :

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln^\alpha(n)}{n^\beta} = 0 \ ; \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{n^n} = 0.$$

Si $q > 1$:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^\beta}{q^n} = 0 \ ; \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{q^n}{n!} = 0.$$

Si $|q| < 1$:

$$\lim_{n\to+\infty} n^\beta q^n = 0 \ ; \qquad \lim_{n\to+\infty} n! q^n = 0.$$

Question 3 :

Donner la valeur des sommes suivantes ($n \in \mathbb{N}$ est fixé et $n \geqslant 3$) :

$$\sum_{k=1}^{n^4} k^2 = \frac{n^4(n^4+1)(2n^4+1)}{6} \qquad \sum_{k=0}^{n+2} \binom{n+2}{k} = (1+1)^{n+2} = 2^{n+2}$$

$$\sum_{k=1}^{n-2} k = \frac{(n-2)(n-1)}{2}, (q \neq 1) \qquad \sum_{k=4}^{n+1} q^k = q^4 \times \frac{1-q^{n-2}}{1-q}$$