Programme de colle de la semaine n° 5

13 au 17 octobre 2025

La démonstration des propriétés en **gras** pourra faire l'objet d'une question de cours.

Analyse : révisions sur les nombres complexes

Révisions du cours de sup.
Un petit exercice sur les nombres complexes après la question de cours.

Analyse : Séries numériques

- Définitions : série, somme partielle, série convergente, divergente, somme d'une série convergente.
- Propriétés : nature d'une série ne dépend pas des premiers termes, **terme général d'une série convergente tend vers 0**, notion de série grossièrement divergente, **combinaison linéaire de séries convergentes est une série convergente**.
- Séries de référence :
  * Nature et valeur de la somme : série géométrique, **série dérivée première de la série géométrique**, série dérivée seconde de la série géométrique, série exponentielle.
  * Uniquement nature : **série harmonique**, **série** $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1}\frac{1}{n^2}$.
- Séries à termes positifs : **la suite des sommes partielles est croissante**, une série à termes positifs est convergente si, et seulement si, les sommes partielles sont majorées, **critères de comparaison (majoration ou minoration) pour les séries à termes positifs**, critère d'équivalence pour les séries à termes positifs.
- Convergence absolue : définition, convergence absolue implique la convergence.

Probabilités : Concepts de base des probabilités

- Rappels sur les ensembles : définitions rigoureuses de $A\cap B$, $A\cup B$, $\overline{A}$, $A\subset B$.
  Définitions rigoureuses de $\displaystyle\bigcap_{n=0}^{+\infty}A_n$ et $\displaystyle\bigcup_{n=0}^{+\infty}A_n$.
- Vocabulaire : expérience aléatoire, univers, notion de tribu (**ne pas donner d'exercices sur les tribus**), événements, événements disjoints, événement certain, événement impossible, événement élémentaire, système complet d'événements, système quasi-complet d'événements.
  Question de cours possible : démontrer que si A et B sont deux éléments d'une tribu alors $A\cap B$ appartient à la tribu.
- Probabilité : définition, propriétés, notion d'événement quasi-impossible ou quasi-certain, existence d'une unique probabilité sur un univers dénombrable définie par $P(\{\omega_i\})=p_i$ avec $p_i\geqslant 0$ et $\displaystyle\sum_{i\in I}p_i=1$.
- Probabilité conditionnelle : définition (notation $P_A(B)$ ou $P(B/A)$), formule des probabilités composées, formule des probabilités totales (que l'on étend aussi avec l'hypothèse d'un système quasi-complet d'événements), formule de Bayes.
- Indépendance d'événements : 2 événements indépendants, famille finie d'événements mutuellement indépendants, suite infinie d'événements mutuellement indépendants.

À venir : Variables aléatoires discrètes