

Programme de colle de la semaine n° 7

10 au 14 novembre 2025

La démonstration des propriétés en **gras** pourra faire l'objet d'une question de cours.

Analyse : révisions sur les complexes et sur la trigonométrie

- Nombres complexes : module, argument, écriture algébrique, écriture exponentielle, formules d'Euler et de Moivre
- Trigonométrie : angles remarquables, formules d'addition, de duplication,..., techniques de linéarisation et factorisation.

Probabilités : Concepts de base des probabilités

Reprendre les programmes précédents.

Probabilités : Généralités sur les variables aléatoires

- Définitions et vocabulaire : variable aléatoire réelle, support de X , événements du type $[X = k]$, $[X \leq k]$, ..., fonction de répartition.
- Propriétés : si g est une fonction définie sur $X(\Omega)$ et à valeurs réelles $g(X)$ est une VAR, **la fonction de répartition d'une VAR est croissante**, limites de la fonction de répartition en $+\infty$ et $-\infty$.
- Indépendance : 2 variables, n variables mutuellement indépendantes.
 - * toute sous-famille d'une famille de VAR mutuellement indépendantes l'est aussi ;
 - * Lemme des coalitions.
- Espérance : on admet l'existence d'une fonction espérance définie sur une partie des VAR et telle que $E(\mathbf{1}_\Omega) = 1$, E est linéaire et positive, variable centrée, **croissance de l'espérance**, $E(XY)$ lorsque X et Y sont indépendantes.
- Moments d'ordre r .
- Variance et écart-type : définition, formule de Koenig-Huygens, $V(aX + b) = a^2V(X)$, variable centrée réduite, variable centrée réduite associée à une VAR qui admet une variance non nulle, variance de la somme de n VAR mutuellement indépendantes.

Probabilités : Variables aléatoires réelles finies ou discrètes

- Définitions : VAR discrète, VAR finie, loi de probabilité d'une VAR finie ou discrète.
- Les événements $([X = x])_{x \in X(\Omega)}$ forment un système complet d'événements, théorème de caractérisation de la loi d'une VAR discrète.
- Fonction de répartition : c'est une fonction en escalier (observation sur un exemple), **lien entre fonction de répartition et loi de la VAR**.

À venir : fin des VAR finies ou discrètes puis polynômes.