

INTERROGATION N° 6

6 OCTOBRE 2025

QUESTION 1 :

Définir ce qu'est une série absolument convergente.

On dit que la série $\sum u_n$ est absolument convergente si, et seulement si, la série $\sum |u_n|$ est convergente.

QUESTION 2 :

Énoncer rigoureusement le théorème donnant le lien entre convergence et convergence absolue d'une série.

Si la série $\sum u_n$ est absolument convergente alors elle est convergente.

QUESTION 3 :

Énoncer rigoureusement le théorème de minoration pour les séries à termes positifs.

Si $\left\{ \begin{array}{l} \forall n \geq n_0, 0 \leq v_n \leq u_n \\ \sum v_n \text{ est divergente} \end{array} \right.$ alors $\sum u_n$ est divergente.

QUESTION 4 :

Énoncer rigoureusement le théorème des équivalents pour les séries à termes positifs.

Si $\left\{ \begin{array}{l} \forall n \geq n_0, u_n \geq 0 \text{ et } v_n \geq 0 \\ u_n \sim v_n \end{array} \right.$ alors $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.

QUESTION 5 :

Compléter le tableau suivant :

Nom	Notation	CNS de convergence	Valeur de la somme
Série géométrique	$\sum q^n$	$ q < 1$	Si $ q < 1$, $\sum_{n=0}^{+\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$
Série dérivée de la série géométrique	$\sum nq^{n-1}$	$ q < 1$	Si $ q < 1$, $\sum_{n=0}^{+\infty} nq^{n-1} = \frac{1}{(1-q)^2}$
Série dérivée seconde de la série géométrique	$\sum n(n-1)q^{n-2}$	$ q < 1$	Si $ q < 1$, $\sum_{n=0}^{+\infty} n(n-1)q^{n-2} = \frac{2}{(1-q)^3}$
Série harmonique	$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n}$	jamais	N'existe pas
Nom hors programme	$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}$	tout le temps	Hors programme
Série exponentielle	$\sum \frac{x^n}{n!}$	$\forall x \in \mathbb{R}$	$\forall x \in \mathbb{R}, \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$