

Programme de colle de la semaine n° 14

12 au 16 janvier 2026

La démonstration des propriétés en **gras** pourra faire l'objet d'une question de cours.

Algèbre : Applications linéaires

Reprise du programme précédent. Pas de démonstration exigible sur ce chapitre cette semaine, mais des énoncé de définition, propriété ou théorème pourront être demandés.

Analyse : Intégrales sur un segment (révisions de sup)

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment, tableau des primitives usuelles.
- Propriétés : linéarité, positivité, stricte positivité, relation de Chasles, valeur moyenne, théorème fondamental de l'analyse, ...
- Intégration par parties, changement de variable.
- Sommes de Riemann, théorème de la moyenne.

Analyse : Intégrales généralisées

- Notion d'intégrale impropre ou généralisée.
- Définition d'une intégrale convergente ou divergente lorsque f est une fonction continue (ou continue sauf en un nombre fini de points) sur des intervalles du type $]a; b]$, $[a; b[$, $]a; b[$ avec $a, b \in \overline{\mathbb{R}}$.
- Dans le cas où a et b sont des réels, notion d'intégrale « faussement » impropre.
- Propriétés : **linéarité**, positivité, stricte positivité, relation de Chasles.
- Intégration par parties généralisée : j'ai conseillé aux étudiants de repasser par une intégrale sur un segment.
- Théorème de changement de variable généralisé.
- **Intégrale d'une fonction paire ou impaire sur un intervalle du type $] - a; a[$.**
- Nature et valeur de l'intégrale de référence $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ avec $\alpha > 0$.

À venir : critères de convergences pour les intégrales de fonctions positives, variables aléatoires réelles à densité.