

# Programme de colle de la semaine n° 12

15 au 19 décembre 2025

La démonstration des propriétés en **gras** pourra faire l'objet d'une question de cours.

## Analyse : révisions sur les calculs de primitive

Les étudiants doivent réviser leur tableau de primitives usuelles.

**Aux colleurs :** en plus de la question de cours d'algèbre, merci de bien vouloir demander une recherche rapide de primitive (sans IPP ou changement de variable) qui utilise les primitives usuelles (possibilité de composée du type  $u'e^u$ ,  $u \cos(u)$ ,  $\frac{u'}{1+u^2} \dots$ ).

## Algèbre : Espaces vectoriels

Reprise du programme précédent. Pas de démonstration sur ce chapitre cette semaine mais on pourra demander des définitions, propriétés ou théorèmes et poser des exercices sur ce thème.

## Algèbre : Applications linéaires

- Définitions : application linéaire, endomorphisme, isomorphisme, espaces isomorphes.  
*Note aux colleurs : le terme d'automorphisme n'est pas dans le programme officiel.*
- Notations :  $\mathcal{L}(E, G)$ ,  $\mathcal{L}(E)$ ,  $0_{E,G}$  (application nulle),  $\text{id}_E$  (application identité),  $f^n$  (composée de  $f$   $n$  fois).
- Propriétés : **image du vecteur nul par une application linéaire, combinaison linéaire de deux applications linéaires est une application linéaire, composée de deux applications linéaires, si  $f$  est un isomorphisme alors  $f^{-1}$  est aussi un isomorphisme**, formule du binôme pour les endomorphismes.
- Éléments caractéristiques : image (**c'est un sous-espace vectoriel de  $G$** , l'image est engendré par l'image d'une base de  $E$ , lien avec la surjectivité), noyau (**c'est un sous-espace vectoriel de  $E$ , lien avec l'injectivité**), rang (définition et théorème du rang).
- Isomorphismes en dimension finie : **caractérisation par le fait que l'image d'une base est une base**, deux espaces isomorphes ont la même dimension, lorsque  $E$  et  $G$  sont de dimension finie et de même dimension il y a équivalence entre injectif, surjectif et bijectif.
- Une application linéaire est déterminée de façon unique par la donnée des images des vecteurs d'une base de l'espace de départ.

À venir : fin des applications linéaires, intégrales sur un segment et intégrales généralisées

*Bon bout d'an et à l'an que ven !!!*