Programme de colle de la semaine n^o 11

8 au 12 décembre 2025

La démonstration des propriétés en **gras** pourra faire l'objet d'une question de cours.

Analyse : révisions sur les calculs de primitive

Les étudiants doivent réviser leur tableau de primitives usuelles.

Aux colleurs : en plus de la question de cours d'algèbre, merci de bien vouloir demander une recherche rapide de primitive (sans IPP ou changement de variable) qui utilise les primitives usuelles (possibilité de composée du type $u'\mathrm{e}^u$, $u\cos(u)$, ...).

Algèbre : Espaces vectoriels

— $\mathbb{K}$-espace vectoriel : définition, les espaces de référence, quelques règles de calcul (on pourra demander **une ou deux démonstrations parmi** : $\lambda.\overrightarrow{0}_E = \overrightarrow{0}_E$, $\lambda.(-\overrightarrow{u}) = -(\lambda.\overrightarrow{u})$, $\lambda.\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}_E \Leftrightarrow \lambda = 0$ ou $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}_E$).

— Familles de vecteurs : combinaison linéaire, sous-espace engendré, famille libre, famille génératrice. Propriétés des familles libres et génératrices (cf. cours). Si dans une famille génératrice de E un vecteur est combinaison linéaire des autres alors la famille obtenue en retirant ce vecteur est encore génératrice de E.

— Sous-espaces vectoriels. **Tout sous-espace vectoriel contient le vecteur nul**. **Un sous-espace engendré par une famille de vecteurs de E est un sous-espace vectoriel de E.**

— **L'intersection de deux sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel**.

— Bases, coordonnées d'un vecteur dans une base (notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(\vec{u})$), bases canoniques de $\mathbb{K}^n$ et $\mathbb{K}_n[X]$.

Note aux colleurs (1) : la base canonique de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ n'est pas dans le programme officiel.

Note aux colleurs (2) : le programme officiel stipule que « toute identification entre vecteur de $\mathbb{K}^n$ et sa représentation matricielle dans une base, même la base canonique, est à éviter. »

— Espace vectoriel de dimension finie, dimension d'un espace vectoriel, dimension des espaces de référence (uniquement $\mathbb{K}^n$ et $\mathbb{K}_n[X]$).

Note aux colleurs : la dimension de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ n'est pas dans le programme officiel.

— Dans un espace de dimension finie, toute famille libre possède au plus n vecteurs, toute famille génératrice possède au moins n vecteurs, toute famille libre (resp. génératrice) de n vecteurs est une base.

— **Dimension d'un sous-espace vectoriel.**

— Matrice des coordonnées d'une famille de vecteurs dans une base (notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(\vec{u}_1, \ldots, \vec{u}_p)$), matrice de passage, formule de changement de base pour les coordonnées d'un vecteur.

— Rang d'une famille de vecteurs, lien entre le rang de la famille et le rang de la matrice des coordonnées de la famille dans une base donnée, lien entre le rang et le caractère libre.

À venir : applications linéaires, intégrales généralisées